

Modelo de ensino e aprendizagem de matemática baseado em resolução de problemas através de uma situação-problema

Edel Alexandre Silva Pontes (¹),

Resumo – Na contemporaneidade, com o advento das tecnologias, ocorreu uma mudança drástica no modelo de ensino de Matemática, a escola tradicional de aprendizagem mecânica foi substituída por uma escola eficiente de aprendizagem inovadora e significativa. Este trabalho tem como objetivo apresentar algumas sugestões de Resolução de Problemas através de uma situação-problema que pode ser discutida nos diversos níveis da Educação Básica. Nota-se que o sucesso da escola do futuro deve, obrigatoriamente, passar por uma remodelagem no ensino de Matemática; sendo assim, propostas metodológicas do tipo Resolução de Problemas de Matemática são imprescindíveis na construção desse novo currículo. Acredita-se que esta metodologia de ensino e aprendizagem de Matemática possa contribuir efetivamente para a construção de novos conhecimentos e a compreensão de modelos pré-determinados, e cabe ao professor de Matemática valorizar, cada vez mais, a disciplina, tornando-a útil, criativa e prazerosa a fim de proporcionar ao estudante um aprendizado eficiente e de qualidade.

Termos para indexação: Ensino e aprendizagem de matemática, Educação Básica, resolução de problemas.

Teaching and learning model of mathematics based on problem solving through a problem situation

Abstract – In contemporary times, with the advent of technologies, there has been a drastic change in the Mathematics teaching model, the traditional school of mechanical learning has been replaced by an efficient school of innovative and meaningful learning. This paper aims to present some suggestions of Problem Solving through a problem situation that can be discussed at the various levels of Basic Education. It is noted that the success of the school of the future must, necessarily, pass through a remodeling in the teaching of Mathematics; thus, methodological proposals such as Problem Solving in Mathematics are essential in the construction of this new curriculum. It is believed that this methodology of teaching and learning mathematics can contribute effectively to the construction of new knowledge and to the understanding of predetermined models, and it is up to the Mathematics teacher to increasingly value, the subject, making it useful, creative and pleasurable in order to provide the learner with efficient and quality learning.

Index terms: Mathematics teaching and learning, Basic Education, problem solving.

Introdução

A palavra Matemática vem do latim *Mathematīca* que se pode traduzir como “conhecimento” ou da palavra grega *Mathemathike* que significa “ensinamentos”, é a ciência dos padrões e de cunho abstrato que trabalha propriedades e relações associadas com números, figuras geométricas, símbolos e algoritmos. Lorenzato (2006) cita que segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) a Matemática possui uma linguagem própria, compostas por números, símbolos, tabelas, gráficos, entre outros, e o objetivo de aprendê-la é para se comunicar matematicamente. A Matemática está diretamente associada a estabelecer conceitos, demonstrar teoremas, formular conjecturas e encontrar solução de um problema.

¹ Diretor-geral e professor doutor do *Campus* Rio Largo, do Instituto Federal de Alagoas, Brasil.
*edel.pontes@ifal.edu.br

Na contemporaneidade, com o advento das tecnologias ocorreu uma mudança drástica no modelo de ensino de Matemática, a escola tradicional de Aprendizagem Mecânica foi substituída por uma escola eficiente de Aprendizagem Significativa. Na Aprendizagem Mecânica o aluno aprende da forma que foi escrito e falado, “ocorre com a incorporação de um conhecimento novo de forma arbitrária, ou seja, o aluno precisa aprender sem entender do que se trata ou compreender o significado do porquê” (BRAATHEN. 2012, p.65). Na Aprendizagem Significativa, conceito central da teoria de Ausubel (1982), “ocorre com a incorporação de conhecimento novo na estrutura cognitiva do estudante, e pode ser associado a um conhecimento prévio, relacionado e relevante, já existente nessa estrutura cognitiva” (BRAATHEN. 2012 p.65). No campo didático, a Aprendizagem Significativa está bem posta para situações – problema, pois o estudante aprendiz já tem incorporado alguns conhecimentos sobre a questão levantada, para em seguida resolvê-la sem que haja necessidade de se seguir um procedimento metódico e previsível. Para Castilho (1998, p.113) não é necessário haver um caminho preestabelecido para a resolução de uma situação – problema, mas são questões cuja resposta deve ser explorada.

A Resolução de Problemas é uma temática fundamental nas pesquisas na área de Educação Matemática, em diversos países. Uma das organizações mais importantes do mundo, na área de Educação Matemática é a National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), dos EUA. A NCTM realiza anualmente diversos eventos e conferências e publica algumas revistas importantes voltadas para a Educação Matemática.

Este trabalho tem como objetivo apresentar algumas sugestões de Resolução de Problemas de Matemática através de uma situação-problema que pode ser discutida nos diversos níveis da Educação Básica. A Resolução de Problemas está para a Matemática assim como a produção de texto do aluno está para a Língua Portuguesa. O ensino de Matemática não deve ser apenas um momento para que o aluno tenha acesso à linguagem Matemática, mas uma possibilidade de se explorar Matemática, em situações cotidianas.

Nota-se que o sucesso da escola do futuro deve obrigatoriamente passar por uma remodelagem no ensino de Matemática, sendo assim, propostas metodológicas do tipo Resolução de Problemas de Matemática são imprescindíveis na construção desse novo currículo. A Resolução de Problemas justifica-se em compreender o mundo das formas, das medidas, dos números e das probabilidades, a partir da arte de resolver problemas matemáticos.

Fundamentação Teórica

Pontes (2013, p.3) “A matemática ensinada nas escolas e a realidade do mundo atual caminham em sentidos contrários, em um verdadeiro descompasso”. No ambiente escolar, os problemas de Matemática são responsáveis por diversas situações de desestímulo e fracasso dos alunos que não conseguem encontrar uma solução coerente para questão proposta e muitas vezes nem alcançam o grau de leitura necessário para interpretar o mesmo.

Um problema pode ser definido como toda situação que tem por objetivo alcançar uma meta mediante estratégias, raciocínio lógico, modelagem e interpretação. Assim, um problema requer mais do que aplicação de fórmula ou de operações aprendidas nas aulas e passa a existir quando é indispensável interpretar, estruturar e contextualizar a situação (ALVARENGA, ANDRADE & DE JESUS SANTOS, 2016, p.41).

As escolas de Educação Básica devem estar preparadas para uma quebra de paradigma educacional na sua proposta metodológica de ensino de Matemática. Faz-se necessário uma aprendizagem voltada para investigação e resolução de problemas, em que as atividades sugeridas tragam significação para o aluno. A Resolução de Problemas é uma metodologia do ensino de Matemática por meio da qual o professor recomenda ao aluno-aprendiz situações-problema evidenciadas pela construção de novos conceitos através de uma investigação.

Para que o professor possa executar essa tarefa essencial e desafiadora de adotar novas abordagens de ensino em suas aulas, entre outros aspectos, é fundamental que ele tenha clareza acerca de como implementá-las e das finalidades e potencialidades da utilização destas, além de semelhanças e diferenças entre elas. Como exemplos de abordagens que têm sido apontadas na literatura em Educação Matemática têm-se a Resolução de Problemas e as Investigações Matemáticas (TEIXEIRA; SANTOS, 2017, p. 8).

Nas situações-problema de Matemática, o professor apresenta uma proposta de estudo aos alunos e define grupos de trabalhos. Em seguida, os alunos, agrupados, identificam o problema proposto, investigam suas causas e relações, interpretam suas hipóteses, debatem possíveis resultados ou justificativas e produzem soluções ou recomendações da proposta apresentada. De acordo com Selbach (2010, p. 92), uma situação-problema dá “a oportunidade do aluno atuar de forma protagonista, expondo o que sabe, mostrando o seu pensar, colocando em ação seu esforço e sua linguagem, transferindo conhecimentos construídos em uma situação para outra, avaliando sua adequação e esboçando conclusões”.

Percebe-se que uma situação-problema de Matemática requer do aluno-aprendiz técnicas de investigação matemática e de resolução de problemas. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), na fase de investigação, o professor passa a desempenhar um papel de coadjuvante, incentivando o trabalho autônomo do aluno e orientando-o no que for necessário.

Considerando que a resolução de um problema implica a compreensão do que foi proposto e a apresentação de respostas, aplicando procedimentos adequados, cabe ressaltar que existem vários caminhos para se chegar a um mesmo resultado, ou seja, inúmeras são as estratégias que o estudante pode utilizar nesse processo (FURLANETTO; DULLIUS, 2017, p. 76).

Uma situação-problema em Matemática é uma proposta inovadora e investigativa na qual o aluno é o centro do processo e possui atitude necessária para decidir seus caminhos na busca de novos conhecimentos, possibilitando ainda uma maior integração dos conteúdos desta disciplina com outras.

Musser e Shaughnessy (1997) apresentam algumas estratégias que podem ser de extrema importância na resolução de problemas:

- a. Resolução por tentativa e erro – uma técnica que utiliza recursividade, isto é, várias tentativas são feitas para se chegar à solução.
- b. Resolução de um caso particular para se chegar à generalização – resolução de um problema mais simples ou de forma mais resumida para depois encontrar a solução geral.
- c. Resolução em sentido inverso – a partir do resultado, comprovar a hipótese do problema.
- d. Resolução por simulação – através da realização de experimentos.

Segundo Polya (1997), resolver problemas é peça central no ensino de Matemática e a estratégia de resolução é encontrar um caminho que ainda não é conhecido e, por meios adequados, poder alcançar o objetivo, ultrapassando todos os obstáculos. Para Maia e Proença (2016), saber diferenciar o que é um problema de um exercício é uma das práticas mais comuns e de maior dificuldade para o professor. Um verdadeiro problema deve se constituir um real desafio em que os alunos, por meios de sequências de ações, buscarão obter os resultados.

Situação-problema de Matemática nos diversos níveis da Educação Básica

A ideia central do trabalho é apresentar alguns tópicos de Matemática desenvolvidos nos diversos níveis de ensino da Educação Básica por meio de exercícios e problemas. O propósito que se pretende alcançar é apresentar aos professores e profissionais da educação que a Resolução de Problemas para o ensino de Matemática nos níveis, Ensino Fundamental das séries iniciais, Ensino Fundamental das séries finais e Ensino Médio, são do ponto de vista didático-pedagógico a melhor alternativa para absorção de seus conteúdos. “Todo procedimento didático tem como objetivo primordial realizar uma aprendizagem matemática

PONTES (2018)

mais eficaz para o aluno. O significado consiste, basicamente, em proporcionar para o aluno um conhecimento que esteja realmente vinculado à sua realidade” (PAULA et al, 2016, p.26).

Segundo o NCTM (1989) existem algumas recomendações para ensinar Matemática através da Resolução de Problemas:

A. Conceitos matemáticos e habilidades matemáticas devem ser aprendidos a partir de um contexto de Resolução de Problemas.

B. O ensino de Matemática deveria estar repleto de experiências de Resolução de Problemas.

C. Instruções para o ensino de Matemática devem acontecer dentro de uma investigação orientada, tendo como referência a Resolução de Problemas.

Metodologicamente, este trabalho consta em apresentar dois tipos de exercícios, nos diversos níveis de ensino: *Exercício proposto pelo Método Tradicional* - como uma prática descontextualizada e de repetição. *Exercício proposto por uma Situação Problema* – como uma atividade motivadora e contextualizada.

Espera-se confrontar os exercícios descontextualizados do ensino tradicional com uma proposta voltada para a investigação, a contextualização e a Resolução de Problemas. “A Resolução de Problemas não é um tópico distinto, mas um processo que atravessa todo o programa e fornece o contexto em que os conceitos devem ser aprendidos e as competências desenvolvidas” (NCTM, 1989). A Resolução de Problemas não é só um processo de aprendizagem de Matemática, mas uma maneira obrigatória de fazer Matemática.

Situação-problema de Matemática no Ensino Fundamental das séries iniciais


O Ensino Fundamental das séries iniciais é um momento especial e único para a criança, pois é a fase da construção do conhecimento e do saber matemático, tendo o professor como seu orientador do processo. “No ensino de matemática atual é necessário construir e desenvolver, em nossas crianças, novas técnicas que possa estimular o novo” (PONTES, 2017, p. 162). A Matemática no Ensino Fundamental das séries iniciais tem um significado extremamente importante no desenvolvimento do raciocínio lógico e da criatividade da criança. A utilização de situação-problema de Matemática na Ensino Fundamental das séries iniciais transporta o modelo mecânico de ensino para uma proposta de tomada de decisão, em que a criança é a ordenadora das suas funções.

O Quadro 1 apresenta duas atividades para crianças da Educação Infantil: Operação Soma e Operação Produto. Para Broitman (2011), o sentido de apresentar uma proposta de trabalhar operações elementares nos primeiros anos do Ensino Fundamental é promover um trabalho em sala de aula de maneira que as crianças possam adquirir conhecimentos cheios de significado e criar estratégias de cálculo para resolução dos problemas propostos.

Nota-se que o uso de uma situação-problema para resolver operações elementares da aritmética é de grande valia, pois leva a criança, a partir da abstração matemática, a encontrar a melhor forma de entender a ideia da operação.

Uma questão é perguntar à criança, de forma mecânica, quando vale $5+6$; outra forma é utilizar um caminho contextualizado do exercício. Se José tinha 5 reais e, no fim do dia, estava com 11 reais, então a criança vai perceber, por um simples raciocínio lógico, que durante o dia, José recebeu mais 6 reais, isto é, $5+6=11$.

QUADRO 1 - Situações-problema de Matemática no Ensino Fundamental das séries iniciais

Ensino Fundamental das séries iniciais	
1. Operação Soma	
<i>Método Tradicional:</i> Efetue as seguintes somas: a) $5+6=$; b) $8+4=$	
	
<i>Situação-problema:</i> Na manhã de hoje , José tinha 5 reais e Maria tinha 8 reais. No fim da tarde de hoje, José estava com 11 reais e Maria com 12 reais. Quanto cada um ganhou no fim da tarde?	
2. Operação Produto	
<i>Método Tradicional:</i> Efetue os seguintes produtos: a) $3 \times 14 =$; b) $2 \times 14 =$	



Situação-problema: Cicinho e Lalinha são lavadores de carro. Todos os dias, Cicinho lava 3 carros e Lalinha lava 2 carros. Depois de 2 semanas, quantos carros cada uma lavou?

Fonte: Autor.

Na operação de multiplicação, segundo Broitman (2011, p. 59):

Nos primeiros anos, os alunos são iniciados no estudo dessa operação tanto no que se refere aos problemas que podem resolver como às estratégias de cálculo. A construção de sentido da multiplicação é obtida quando se aborda o ensino de algoritmo. Muitas crianças sabem “fazer contas”, mas não reconhecem que conjunto de problemas é resolvido com essa operação.

No Quadro 1, no caso da multiplicação, a criança pode ter a dificuldade de fazer 2×14 , porém, ela pode tentar utilizar outra regra com base no que já conhece. Desta forma, uma questão contextualizada pode ajudar bastante para a determinação da solução correta. No exemplo, a criança percebe que a semana tem 7 dias, então, duas semanas terão $7 + 7 = 14$ dias; ora, se Lalinha lava dois carros por dia, em 14 dias ela lavará $2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 28$ carros. É importante salientar que, no modelo de situação-problema, a criança tem toda a liberdade de utilizar os recursos conhecidos para se chegar ao resultado desejado.

Situação-problema de Matemática no Ensino Fundamental das séries finais

Diversos conceitos e regras de Matemática desenvolvidos no Ensino Fundamental das séries finais são normalmente trabalhados em sala de aula utilizando uma proposta inadequada e de linguagem formal, fazendo com que a assimilação dos tópicos apresentados seja de difícil compreensão para os envolvidos. No Ensino Fundamental das séries finais, o processo de ensino e aprendizagem de Matemática deve estar respaldado no despertar do jovem aprendiz a utilizar sua criatividade para resolver problemas e tomar decisões acertadas.

Porém, se na sala de aula o estudante não for confrontado com atividades matemáticas nas quais estratégias de aprendizagem distintas são exploradas, provavelmente, ele fornecerá apenas os processos operados pelo professor, que são resultados do trabalho desenvolvido em sala de aula, visto como um modelo. Temos, portanto, que repensar a ação do professor enquanto organizador e mediador de atividades matemáticas, além de proporcionar meios e ambientes apropriados para estimular e orientar essas atividades (WIELEWSKI, 2009, p. 60).

O Quadro 2 apresenta duas atividades para alunos do Ensino Fundamental das séries finais: Equação do 1º grau e Problema do 2º grau. Ribeiro (2009) afirma que existem inúmeras dificuldades que os alunos de 13-14 anos enfrentam quando estão trabalhando com equações, tanto em situações contextualizadas como em situações não contextualizadas. A resolução de uma equação do 1º grau requer basicamente o entendimento de que seja uma variável. Diante disto, encontrar a solução de uma equação do tipo $50 - 4x = x$ é menos desafiante do que propor um problema onde o pai tem o quádruplo da idade do filho, e suas idades somam 50 anos, isto é $4x + x = 50$, supondo que o filho seja x , qual é a idade do filho? Observa-se que o aluno, por meio da situação-problema proposta, dará significado para aquela equação tão fria e cheia de símbolos.

QUADRO 2 - Situações-problema de Matemática na Ensino Fundamental das séries finais

Ensino Fundamental das séries finais

1. Equação do 1º grau.

Método Tradicional: Resolva a seguinte equação $50 - 4x = x$.



Situação-problema: Carlos é pai de Luís. Carlos tem o quádruplo da idade de Luís e a soma de suas idades é de 50 anos. Qual é a idade de Luís?

2. Problemas de 2º grau.

Método Tradicional: Determine o conjunto solução do sistema linear
$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ xy = 3200 \end{cases}$$



Situação-problema: Um famoso quadro italiano, retangular, com área de 3200cm^2 , tem em sua largura o dobro de sua altura. Quais são as dimensões desse quadro?

Fonte: Autor.

Entende-se que um sistema de equações contendo duas variáveis (Quadro 2) não convencerá o aluno que exista uma aplicação na vida real, mas, ao dizer que este modelo poderá determinar as dimensões de um quadro de um pintor famoso, torna-o mais compreensível aos olhos do aprendiz.

O papel do professor é ter o discernimento de oferecer a seu aprendiz um leque de regras, símbolos e equações que possam ser transformados em situações-problema do dia a dia do aluno ou até em uma situação real em que se possa relacionar o modelo matemático abstrato com uma prática motivadora. Segundo Selbach (2010), o professor é o verdadeiro guia, marca vidas, suscita lembranças e, a cada dia, em cada aula, desenvolve um esforço de progressiva transformação para compor sua própria personalidade.

Situação-problema de Matemática no Ensino Médio

No Ensino Médio, a aprendizagem de Matemática se torna mais eficiente quando o aluno é capaz de compreender conceitos, estabelecer estratégias, interpretar modelos, desenvolver trabalhos em grupo ou de forma solitária, resolver problemas e saber tomar decisões.

O Ensino Médio tem sido alvo de constantes discussões na atualidade, pois, dentre outros motivos, a presença dos recursos científicos e tecnológicos tem gerado necessidades complementares e diferentes em relação ao ensino propedêutico geralmente praticado. A complexidade dessas questões vem promovendo debates em torno de uma Educação Científica que prepare os educandos para o exercício da cidadania, remetendo-nos a uma reflexão em relação à adoção de práticas interdisciplinares no Ensino de Ciências e de Matemática como uma das possibilidades para a sua melhoria (LAVAQUI; BATISTA, 2007, p. 400).

O Quadro 3 apresenta duas atividades para alunos do Ensino Médio: Progressão Aritmética e Trigonometria. Nota-se que nesta etapa o aluno já tem conhecimento suficiente para fazer abstração matemática e transformá-lo em um produto concreto. O tópico Progressão Aritmética se torna mais atraente quando existe aproximação de seus conceitos e regras com situações-problema. A relação do método tradicional e a situação-problema apresentada no Quadro 3 sobre Progressão Aritmética retrata exatamente dois extremos matemáticos: de um lado um exercício meramente mecânico com utilização de fórmulas; do outro, uma situação-problema, prática do exercício tradicional, disponibilizado através de um modelo real: a soma dos termos de uma PA transformada em uma questão de corrida de rua mostra o quanto é possível converter fórmulas em prática.

QUADRO 3 - Situações-problema de matemática no Ensino Médio

Ensino Médio

1. Progressão Aritmética (PA)

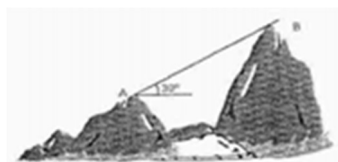
Método Tradicional: A soma dos 11 primeiros termos de uma PA é 35200. Determine o 11º termo desta PA sabendo-se que sua razão vale 400.



Situação-problema: Um atleta corre sempre 400 metros a mais que no dia anterior. Ao final de 11 dias, ele percorre um total de 35200 metros. Quantos metros ele correu no último dia?

2. Trigonometria.

Método Tradicional: Em um triângulo retângulo, a medida do ângulo oposto ao cateto BC é de 30° . Se BC mede 208, qual é o valor da medida da hipotenusa?



Situação-problema: As alturas (em relação ao nível do mar) em que estão dois pontos A e B são, respectivamente, 812 m e 1020 m. Do ponto A vê-se o ponto B sob um ângulo de 30° com o plano horizontal, conforme a figura. Determinar a distância entre os pontos A e B.

Fonte: Autor.

No caso do tópico de Trigonometria, fica evidente que o método tradicional de exercício é meramente uma aplicação de fórmulas. Em contrapartida, pela proposta apresentada de uma situação-problema, o aluno é levado a descobrir o processo matemático e não apenas a decorar fórmulas. Para Sá e Nascimento (2014), apresentar novas propostas para o ensino de Trigonometria contrário ao método tradicional é de fundamental importância, pois leva o aluno a participar ativamente da construção dos conceitos de Trigonometria sem precisar decorar

fórmulas ou relações. Observa-se que a situação-problema apresentada (Quadro 3) aproxima o aluno da disciplina em prol de um maior entendimento de seus conceitos.

Considerações Finais

Para que o ensino e aprendizagem de Matemática se tornem significativos e sejam efetivados plenamente, propomos o uso de resoluções de problemas por meio de situações-problema como prática metodológica eficiente e inovadora. “As novas metodologias de ensino devem estar associadas ao cotidiano dos aprendizes, pois, desta forma, acredita-se que minimizaremos as distâncias entre a teoria e a prática educacional” (PONTES, 2017, p. 474).

O ato de ensinar do professor e o ato de aprender do aluno são concepções estratégicas para o funcionamento irrestrito da proposta, pois o professor, como mediador do conhecimento, orienta os passos necessários para que o aluno, o explorador do conhecimento, descubra os melhores caminhos em busca do saber matemático. “Se cada um, professor e aluno, desempenhar seu papel de maneira eficiente e respeitando as diferenças e diversidades do mundo moderno, teremos um resultado pleno de êxitos e de conquistas” (PONTES, 2018, p. 171).

O bom professor deve fazer com que os alunos aprendam a executar matematicamente muitas situações reais e fictícias para, em seguida, discutir os resultados pensados ou obtidos e enxergá-los como um problema proposto. Mais que em outras disciplinas, em matemática, a proposição de problemas vinculados à realidade do aluno fora da sala de aula é tão importante quanto à solução desses mesmos problemas (SELBACH, 2010, p.152).

Para Yanez (2018) a Resolução de Problemas tem uma extrema importância no desenvolvimento do conhecimento matemático e desenvolvimento pessoal, pois é uma forma de fortalecer a criatividade, de gerar motivação e a aprimorar a compreensão de modelos muitas vezes complexos.

Acredita-se que esta metodologia de ensino e aprendizagem de Matemática – Resolução de Problema através de uma situação-problema - possa contribuir efetivamente para a construção de novos conhecimentos e a compreensão de modelos pré-determinados, e cabe ao professor de Matemática valorizar, cada vez mais, a disciplina, tornando-a útil, criativa e prazerosa a fim de proporcionar ao aprendiz um aprendizado eficiente e de qualidade.

Referências

ALVARENGA, K. B.; ANDRADE, I. D.; DE JESUS SANTOS, R. Dificuldades na resolução de problemas básicos de matemática: um estudo de caso do agreste sergipano. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 12, n. 24, p. 39-52, 2016.

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem significativa**. São Paulo: Moraes, 1982.

BRAATHEN, P. C. Aprendizagem mecânica e aprendizagem significativa no processo de ensino-aprendizagem de Química. **Revista Eixo**, v. 1, n. 1, p. 63-69, 2012.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROITMAN, C. **As operações matemáticas no ensino fundamental 1: contribuições para o trabalho em sala de aula**. São Paulo: Ática, 2011.

CASTILLO, J. D. A Solução de Problemas nos estudos sociais. In: POZO, J. I. **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

FURLANETTO, V.; DULLIUS, M. M. Estratégias de resolução utilizadas por alunos do 9º ano em problemas de matemática da Prova Brasil. **Educação Matemática em Revista**, p. 75-84, 2017.

LAVAQUI, V.; BATISTA, I. de L.. Interdisciplinaridade em ensino de ciências e de matemática no ensino médio. **Ciência & Educação (Bauru)**, v. 13, n. 3, 2007.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

MAIA, E. J. & PROENÇA, M. C. A resolução de problemas no ensino da geometria: dificuldades e limites de graduandos de um curso de pedagogia. **REVEMAT**, v.11, n. 2, 2016, p. 402-417.

MUSSER, G. L.; SHAUGHNESSY, J. M. Estratégias de resolução de problemas na matemática escolar. In: KRULIK, Stephen; REYS, Robert E. (Orgs.) **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de Hygino H. Domingues e Olga Corbo. São Paulo: Atual, 1997. p. 188 – 201.

NCTM. Curriculum and evaluation standards for school mathematics. NCTM: Reston VA, 1989.

PAULA, S. C. R. de, RODRIGUES, C. K., SILVA, J. C. da. **Educação Matemática e Tecnologia: Articulando práticas geométricas**. Curitiba: Appris, 2016.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Trad. Heitor Lisboa de Araújo. 2ª reimpressão. Rio de Janeiro. 1995.

PONTE, J. P. et al. **Didática da Matemática**. Lisboa: DES do ME. 1997.

PONTES (2018)

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na sala de aula**. 3ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013. Coleção Tendências em Educação Matemática.

PONTES, E. A. S. HIPERMAT-Hipertexto Matemático: Uma ferramenta não ensino-aprendizagem da matemática na educação básica. **Psicologia & Saberes**, v. 2, n. 2, 2013.

PONTES, E. A. S. Os números naturais no processo de ensino e aprendizagem da matemática através do lúdico. **Diversitas Journal**, v. 2, n. 1, p. 160-170, 2017.

PONTES, Edel Alexandre Silva et al. Raciocínio lógico matemático no desenvolvimento do intelecto de crianças através das operações adição e subtração. **Diversitas Journal**, v. 2, n. 3, p. 469-476, 2017.

PONTES, Edel Alexandre Silva. A ARTE DE ENSINAR E APRENDER MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UM SINCRONISMO IDEAL ENTRE PROFESSOR E ALUNO. **Psicologia & Saberes**, v. 7, n. 8, p. 163-173, 2018.

RIBEIRO, A. J. Discutindo a noção de equação: uma análise considerando as ideias da transposição didática. In: MARANHÃO, Cristina (org.). **Educação Matemática nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio**. São Paulo: Musa Editora, 2009.

SÁ, P, F. de, NASCIMENTO, A., P. M. do. O ensino das relações trigonométricas por meio de atividades. In: SÁ, Pedro F., JUCÁ, Rosineide de S. **Matemática por atividades**. Petrópolis: Vozes, 2014.

SELBACH, Simone et al. **Matemática e Didática**. Petrópolis: Vozes, 2010.

TEIXEIRA, B, R.; DOS SANTOS, E. R. Resolução de Problemas e Investigações Matemáticas: algumas considerações. **Educação Matemática em Revista**, p. 7-16, 2017.

WIELEWSKI, G. D. Estilos Cognitivos na matemática manifestado na resolução de problemas. In: MARANHÃO, Cristina (org.). **Educação Matemática nos anos finais do ensino fundamental e ensino médio**. São Paulo: Musa Editora, 2009.

YANEZ, Jose C. Resolución y formulación de problemas. **RENCIMA**, v.9, n.1, 2018.