

## Sistema para Controle de uma Antena Receptora de Satélite

Flávia Gonçalves Fernandes <sup>(1)</sup> e  
Marcos Napoleão Rabelo <sup>(2)</sup>

Data de submissão: 14/7/2019. Data de aprovação: 25/10/2019.

**Resumo** – Dentre as muitas atribuições de um engenheiro, o controle de sistemas é uma tarefa primordial para o sucesso de um negócio. Esse gerenciamento é fundamental para garantir o controle da produção, reduzir custos, evitar prejuízos e visar lucros. No entanto, gerenciar sistemas de controle é um desafio que pode consumir muito tempo do gestor, inviabilizando outras ações de extrema importância para a produtividade e o crescimento da empresa. Para facilitar esse trabalho, o mercado tem desenvolvido e aperfeiçoado softwares que possibilitam esse controle de forma mais simples e funcional. Nessa perspectiva, este trabalho tem como objetivo utilizar fundamentos de sistemas de controle para ajustar a posição desejada de uma antena receptora de satélite a fim de almejar o bom funcionamento e otimização do serviço prestado. Para isso, também foram inseridos controladores com ações independentes no sistema: dos tipos proporcional (P), proporcional-integral (PI), proporcional-derivativo (PD) e proporcional-integral-derivativo (PID), apresentando os resultados obtidos a partir do desempenho do sistema para cada um dos casos, com suas respectivas discussões e conclusões. A partir dos cálculos efetuados e da simulação da planta, observou-se que é possível manter a posição da antena do satélite adotando-se os princípios de sistemas de controle. Esta pesquisa se limita aos conceitos de sistemas de controle a partir de um modelo adotado. Assim, verifica-se que este trabalho é muito útil para empresas que possuem esse tipo de produto/equipamento e necessitam de estratégias para controle de posição. Além disso, com a melhoria do controle de sistemas em indústrias, consequentemente, acarreta benefícios para toda a sociedade, impactando de forma produtiva nesse setor econômico. Portanto, este trabalho se diferencia pela amplitude matemática e computacional diante do problema de sistema de controle, apresentando o processo de maneira detalhada. Em virtude do que foi mencionado, verifica-se que os resultados encontrados apontaram as divergências entre os diversos tipos de controladores utilizados no sistema em malha fechada, o qual é bem mais eficiente do que em malha aberta.

**Palavras-chave:** Desempenho. Função de Transferência. Sistema de Controle.

## System for Control of a Satellite Receiver Antenna

**Abstract** – Among the many assignments of an engineer, systems control is a prime task for the success of a business. This management is essential to ensure production control, reduce costs, avoid losses and target profits. However, managing control systems is a challenge that can be time-consuming for the manager, making other actions of extreme importance for productivity and company growth unfeasible. To facilitate this work, the market has developed and perfected software that enables this control in a simpler and more functional way. In this perspective, this work aims to use fundamentals of control systems to adjust the desired position of a satellite receiving antenna in order to aim for the proper functioning and optimization of the service provided. For this, we also inserted controllers with independent actions in the system: proportional (P), proportional-integral (PI), proportional-derivative (PD) and proportional-integral-derivative (PID), presenting the results obtained from performance of the

<sup>1</sup> Professora EBTT do Campus Campos Belos, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia Goiano.  
[\\*flavia.fernandes92@gmail.com](mailto:*flavia.fernandes92@gmail.com)

<sup>2</sup> Professor adjunto da Unidade Acadêmica Especial de Matemática e suas Tecnologias, da Universidade Federal de Goiás – Regional Catalão (UFG/RC). [\\*rabelomn@gmail.com](mailto:*rabelomn@gmail.com)

system for each case, with their respective discussions and conclusions. From the calculations made and the simulation of the plant, it was observed that it is possible to maintain the position of the satellite antenna adopting the principles of control systems. This research is limited to the concepts of control systems from an adopted model. Thus, it is verified that this work is very useful for companies that have this type of product / equipment and need strategies for position control. In addition, with the improvement of systems control in industries, consequently, it brings benefits to the whole society, impacting productively in this economic sector. Therefore, this work is distinguished by the mathematical and computational amplitude before the control system problem, presenting the process in a detailed way. Due to what was mentioned, it is verified that the results found pointed to the divergences between the different types of controllers used in the closed loop system, which is much more efficient than open loop.

**Keywords:** Performance. Transfer Function. Control System.

## Introdução

O século XX foi marcado pelo desenvolvimento de tecnologias capazes de revolucionar a vida da humanidade. Ao questionarmos o motivo pelo qual essas novidades tecnológicas tiveram seu aparecimento concentrado nesse período histórico, deparamo-nos com um certo número de construções teóricas inovadoras, gestadas no campo da física teórica, que alavancaram o progresso da engenharia de um modo sem precedentes. Dentre os produtos gerados, têm destaque as antenas receptoras de satélite, que, pela sua praticidade, tornaram-se indispensáveis para a sociedade atual. A precisão e a rapidez com que um receptor de satélite determina a posição de um ponto localizado no globo terrestre têm sido de grande utilidade para a navegação (terrestre, marítima e aérea), a cartografia, a geodinâmica, entre tantos outros procedimentos que necessitam de posicionamento (MARMET, 2000).

O alicerce teórico existente por trás do funcionamento da tecnologia de localização por satélites é fruto de uma parceria bem-sucedida entre a teoria da relatividade e a mecânica quântica. Fundamenta-se na transferência de informações, através de ondas eletromagnéticas, entre satélites artificiais e aparelhos receptores localizados em terra, e necessita de precisão temporal da ordem de bilionésimos de segundos proporcionada por relógios atômicos, sendo um ótimo representante da utilização funcional das teorias físicas recentes (MARMET, 2000).

Além disso, um sistema de controle é uma interconexão de vários componentes resultando numa configuração que fornece um desempenho desejado (OGATA, 2011). A descrição do sistema se refere à relação causal entre a entrada e a saída do sistema, em geral, descrita matematicamente através de equações diferenciais, equações de diferença e funções de transferência (LEONARDI, 2010). Assim, o sinal de entrada deve ser controlado de modo tal que o sinal de saída possua um comportamento desejado (NISE, 2012).

Em indústrias que possuem sistemas de controle, muitos fatores podem contribuir para não ser possível alcançar os objetivos de desempenho: a complexidade do controlador se refere à topologia da estrutura de controle e ao grau dos polinômios utilizados para implementar o controlador; a utilização de estruturas de controle com complexidade polinomial predefinida (BEGA, 2016).

Além disso, usualmente, sistemas de controle sofrem a ação de distúrbios, tais como atrito e folgas, por exemplo. Tais distúrbios podem ser representados como sinais de entrada no sistema que afetam diretamente a planta a ser controlada (LEONARDI, 2010).

Um sistema de controle em malha aberta utiliza um dispositivo atuador para controlar o processo diretamente sem a utilização de realimentação (*feedback*). Dessa forma, o sistema de controle não sabe qual o valor do sinal de saída (variável controlada). Porém, em malha fechada, a interação entre a entrada e a saída permite realocar os polos e zeros do sistema de forma a tentar satisfazer os requisitos desejados (BINGHAM; DAVIES, 2007).

A ideia fundamental do projeto de sistemas de controle é alterar as características do sistema no domínio do tempo e, consequentemente, no domínio da frequência através da introdução de um controlador (FIALHO, 2018).

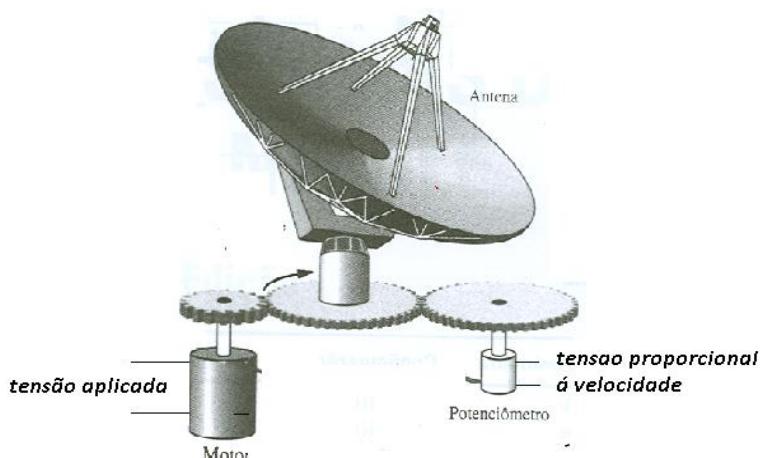
Os modelos de planta utilizados para o projeto de sistemas de controle são apenas aproximações da planta real (TRIVELATO, 2013). Os modelos utilizados são em geral os mais simples possíveis, optando-se com frequência por modelos lineares invariantes no tempo representados por funções de transferência com polinômios de baixa ordem (NISE, 2012). Para isso, desprezam-se comportamentos não lineares e parâmetros variantes no tempo quando estes não são significativos (CHAPMAN, 2013).

Nesse contexto, o objetivo deste trabalho é desenvolver um sistema de controle para o posicionamento de uma antena, que consiste em um motor elétrico acoplado por engrenagens ao braço mecânico móvel da antena que irá posicioná-la de acordo com o ângulo. Além disso, inseriu-se um controlador com ações independentes no sistema, dos tipos proporcional (P), proporcional-integral (PI), proporcional-derivativo (PD) e proporcional-integral-derivativo (PID), apresentando o desempenho do sistema para cada um dos casos e as respectivas conclusões.

## Materiais e Métodos

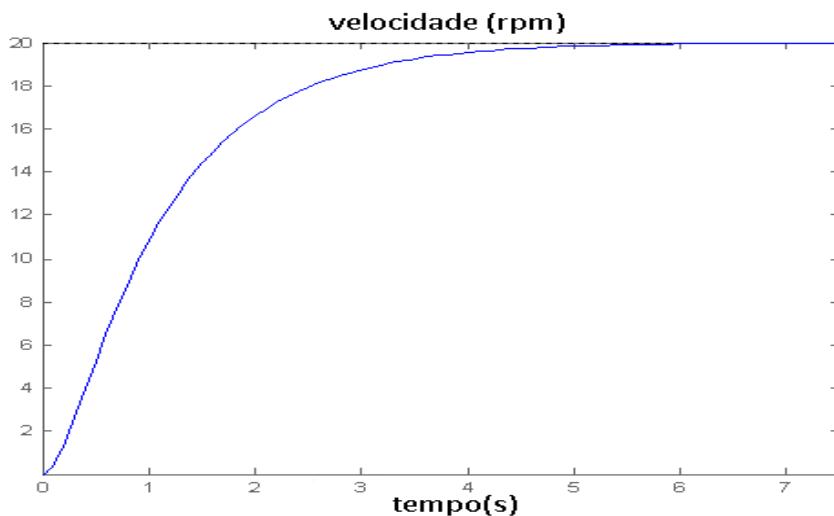
Este trabalho consiste em desenvolver um sistema de controle para alinhamento de uma antena receptora de satélite. A Figura 1 apresenta um sistema caracterizado por um motor elétrico acoplado por engrenagens ao braço mecânico móvel da antena.

Figura 1 – Modelo do sistema de alinhamento de antena.



Para determinar experimentalmente um modelo matemático para o sistema composto pelo motor, pela antena e pelo potenciômetro sensor será necessário um ensaio de resposta ao degrau, em malha aberta. Sendo assim, o sistema foi alimentado com uma tensão de 100 volts e a seguinte variação de velocidade em rpm foi registrada.

Figura 2 – Variação da velocidade em rpm.



Para isso, foram realizadas simulações computacionais por meio do *software* MATLAB, o qual é um programa interativo que se destina a cálculos numéricos e gráficos científicos. Seu ponto forte está na manipulação e cálculos matriciais, como, por exemplo, resolução de sistemas lineares, cálculo de autovalores e autovetores, fatoração de matrizes, entre outros. Além disso, muitas funções especializadas já estão internamente implementadas, de modo que, em muitos casos, não há a necessidade de se construírem muitas coisas (MATLAB, 2019).

Outros dois pontos fortes do MATLAB são a criação e a manipulação de gráficos científicos, e a possibilidade de extensão por meio de pacotes comerciais ou escritos pelo próprio usuário, fazendo com que o MATLAB comece a mimetizar, ou até mesmo suplantar, *softwares* científicos específicos de diversas áreas. Uma característica muito importante e interessante é que o MATLAB é muito mais fácil de aprender do que as linguagens científicas convencionais, tais como C e Fortran.

## Resultados e Discussões

Um sistema de primeira ordem é representado matematicamente por equações diferenciais lineares ordinárias de primeira ordem, conforme Figura 3.

Figura 3 - Equação de 1<sup>a</sup> ordem.

$$\frac{C(s)}{U(s)} = \frac{k}{\tau \cdot s + 1}$$

**Equação I**

Onde o ganho é representado pela letra k e a constante de tempo é representada pela letra  $\tau$ .

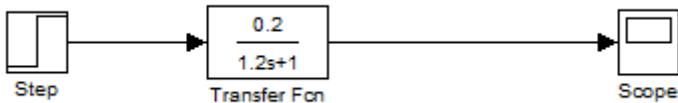
$$K = \text{Ganho} = \frac{\text{saída}}{\text{entrada}} = \frac{20}{100} = 0,2 \quad \text{Equação II}$$

$$0,632 \times \text{Saída} = 0,632 \times 20 = 12,64$$

No gráfico, corresponde a aproximadamente  $\tau = 1,2$

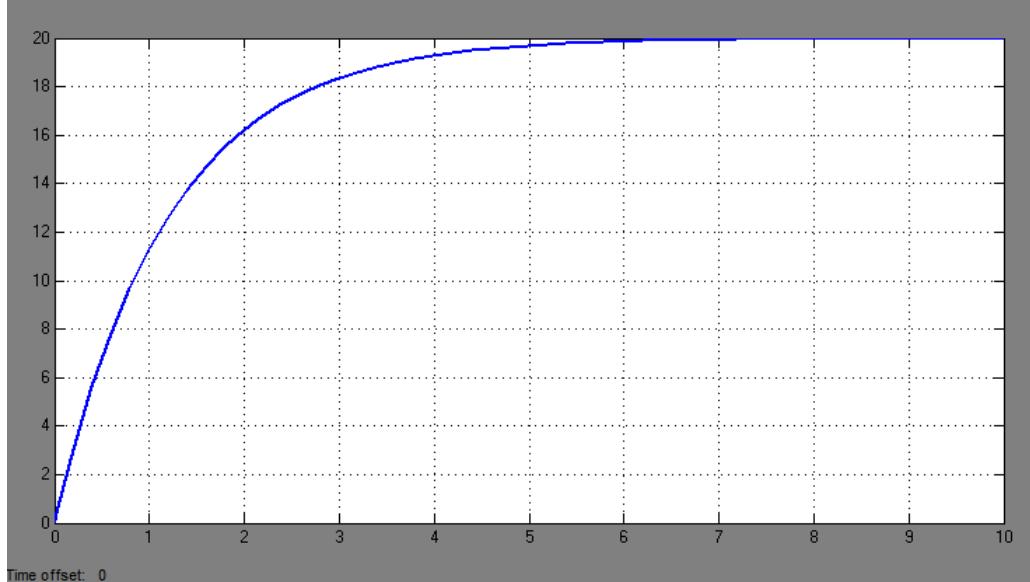
O sistema contém praticamente a mesma resposta ao degrau do sinal ensaiado na antena, tendo um ganho de 0.2 e uma constante de tempo de 1.2, conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Modelo matemático de 1<sup>a</sup> ordem.



A resposta do ensaio em malha aberta do sistema é apresentada na Figura 5, onde aplica-se um sinal degrau na entrada de 100 volts.

Figura 5 – Resposta da velocidade do motor 1<sup>a</sup> ordem.



Na Figura 6, pode-se visualizar o modelo matemático de segunda ordem para o sistema utilizado, e a sua respectiva resposta ao degrau pode ser vista na Figura 7.

Figura 6 – Modelo matemático de 2<sup>a</sup> ordem.

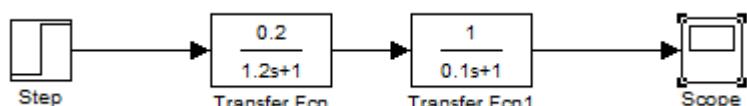
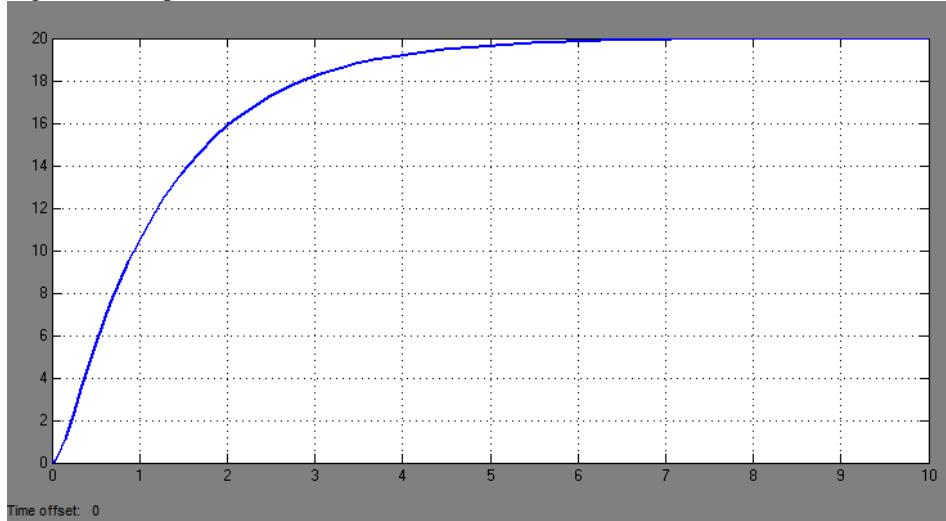


Figura 7 – Resposta da velocidade do motor 2<sup>a</sup> ordem.



Percebe-se que o sistema de segunda ordem tem uma resposta ao degrau quase igual ao de primeira ordem, apenas com algumas observações a serem feitas, que são a curva logo no começo da resposta e o tempo de subida. No mais, o ganho continua sendo de 0.2, e o tempo de acomodação é  $6\tau$ .

A Figura 8 apresenta os modelos de primeira e segunda ordem de forma sobreposta, e a Figura 9 mostra a resposta ao degrau para esse sistema.

Figura 8 – Modelo matemático de 1<sup>a</sup> ordem e 2<sup>a</sup> ordem.

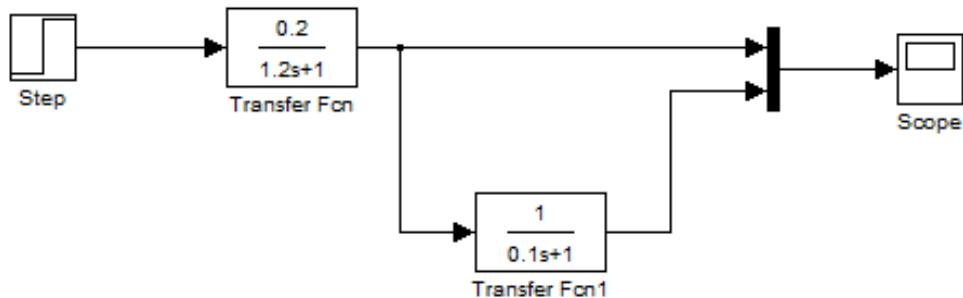
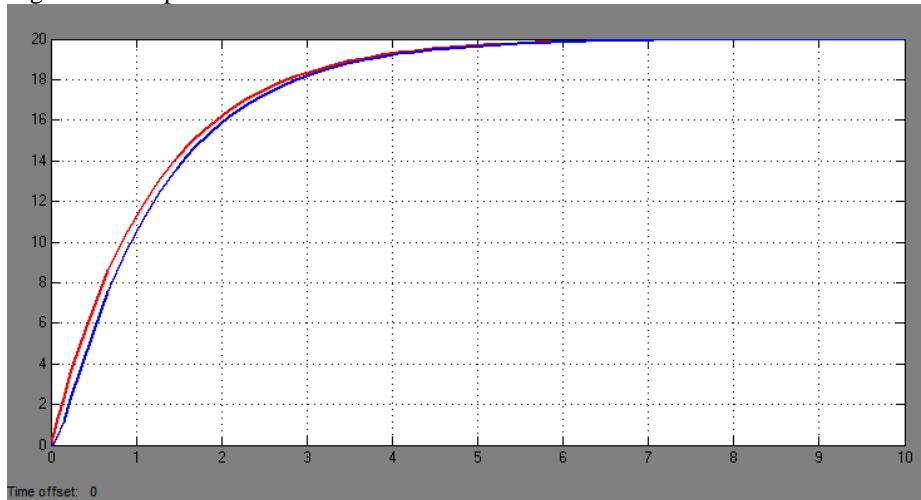


Figura 9 – Resposta da velocidade do motor de 1<sup>a</sup> ordem e 2<sup>a</sup> ordem.



Para simular o controle de posição da antena, utilizou-se o modelo de primeira ordem anterior, e a partir dele obtivemos o modelo tendo posição angular como saída.

Para determinar a posição da antena, a velocidade foi integrada, de acordo com o modelo matemático apresentado na Figura 10. A resposta para esse sistema de controle é mostrada na Figura 11.

Figura 10 – Modelo matemático para controle de posição em malha aberta.

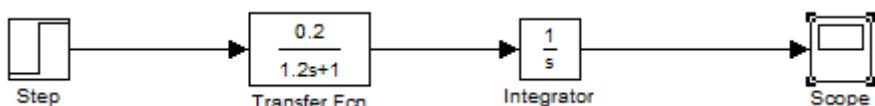
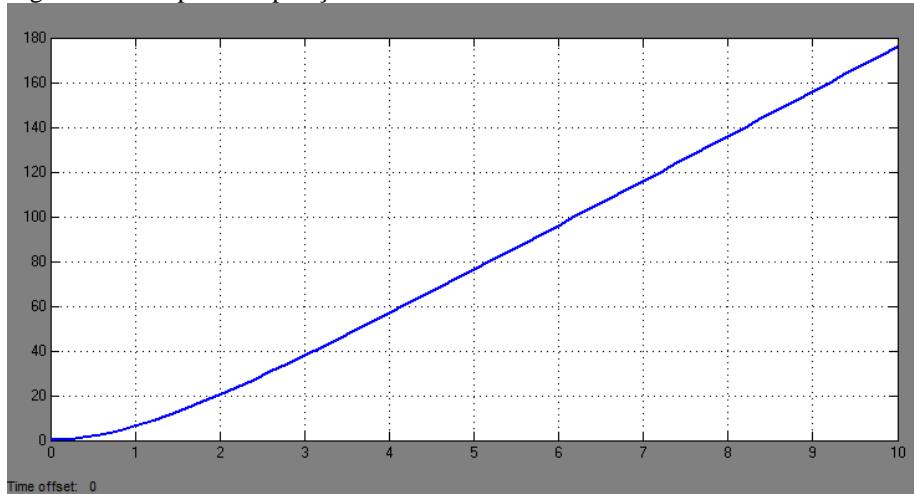


Figura 11 – Resposta da posição da antena em malha aberta.

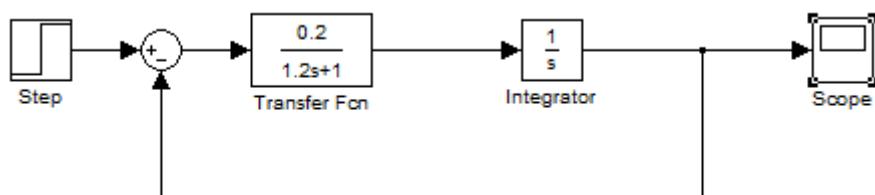


Desse modo, percebe-se que é possível realizar o controle em malha aberta se o sistema estiver calibrado, ou seja, se houver a garantia que todos os equipamentos utilizados na planta estejam funcionando perfeitamente, pois, caso haja falha em algum deles, acarretará uma posição adversa do requerido. Assim, o sistema pode entrar em oscilação devido a vários fatores externos que podem causar interferências não desejadas.

No entanto, pode-se garantir o melhor funcionamento do projeto utilizando-se um sistema em malha fechada, em que existe uma realimentação, verificando se o valor selecionado foi exatamente o posicionamento da antena; caso não tenha sido, o sistema irá automaticamente corrigir o erro e, consequentemente, posicionará a antena de acordo com a correção.

Sendo assim, o sistema em malha fechada é o mais indicado para um melhor controle de posicionamento da antena, conforme pode ser visto nas Figuras 12 e 13, que mostram o diagrama de blocos e a resposta do sistema, respectivamente.

Figura 12 – Modelo matemático para controle de posição em malha fechada.

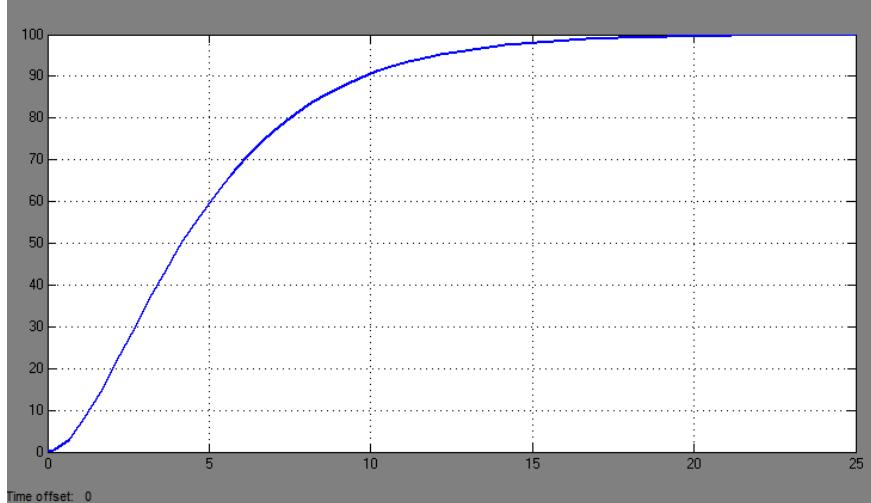


Um sistema de segunda ordem pode ser representado pelo seguinte modelo matemático:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k \cdot \omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}$$

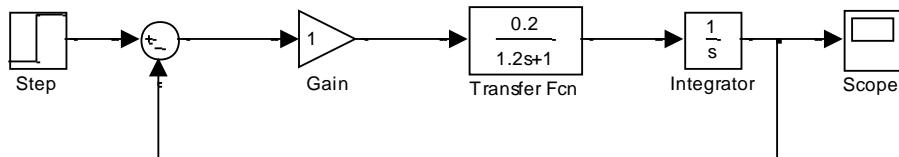
**Equação III**

Figura 13 – Resposta da posição da antena em malha fechada.



A Figura 14 exibe a função transferência da planta de controle em malha fechada com a presença do controlador proporcional.

Figura 14 – Modelo do controlador proporcional.



A equação de transferência desse sistema é dada por:

$$\frac{\theta_{out}}{\theta_{ref}} = \frac{0.2 K_p}{1.2s^2 + s} = \frac{0.17 K_p}{s^2 + \frac{s}{1.2}} \quad \text{Equação IV}$$

$$\frac{\theta_{out}}{\theta_{ref}} = \frac{\frac{0.17 K_p}{s}}{s^2 + \frac{1}{1.2}}$$

$$1 + \frac{0.17 K_p}{s^2 + \frac{s}{1.2}}$$

$$\frac{\theta_{out}}{\theta_{ref}} = \frac{0.17 K_p}{s^2 + 0.83s + 0.17 K_p}$$

Se  $S = 0$  na equação de transferência, o ganho é unitário, demonstrando que o erro da resposta em degrau é zero. Pode-se eliminar também da equação de transferência os valores de amortecimento ( $\zeta$ ) e frequência natural ( $\omega$ ).

Sendo o Ganho = 1, temos:

$$\omega_n^2 = 0.16K_p \rightarrow \omega_n = \sqrt{0.16K_p} \quad \text{Equação V}$$

$$2\varepsilon\omega_n = 0.83 \rightarrow \varepsilon = \frac{0.83}{2\omega_n} \rightarrow \varepsilon = \frac{0.83}{2\sqrt{0.16K_p}}$$

Agora pode-se calcular as variações de  $K_p$  (coeficiente do controlador proporcional) na equação de transferência a partir das definições acima.

Para que o sistema seja subamortecido, zeta tem que variar entre  $0 < \varepsilon < 1$ .

$$1 < \frac{0.83}{2\sqrt{0.16K_p}} \rightarrow 2\sqrt{0.16K_p} < 0.83 \rightarrow 4 * 0.16K_p < 0.69 \quad \text{Equação VI}$$

$$K_p < \frac{0.69}{0.64} \rightarrow K_p > 1.0131$$

Portanto, para que o sistema seja subamortecido, o valor  $K_p$  tem que estar entre 0 e 1.0131.

Para que o sistema seja criticamente amortecido, zeta tem que ser igual a 1.

$$1 = \frac{0.83}{2\sqrt{0.16K_p}} \rightarrow 2\sqrt{0.16K_p} = 0.83 \rightarrow 4 * 0.16K_p = 0.68 \quad \text{Equação VII}$$

$$K_p = \frac{0.68}{0.64} \rightarrow K_p = 1.076$$

Portanto, para que o sistema seja criticamente amortecido, o  $K_p$  tem que ser igual a 1.076.

Para que o sistema seja sobreamortecido, zeta tem que ser maior do que 1 ( $\varepsilon > 1$ ).

$$1 > \frac{0.83}{2\sqrt{0.16K_p}} \rightarrow 2\sqrt{0.16K_p} > 0.83 \rightarrow 4 * 0.16 > 0.68 \quad \text{Equação VIII}$$

$$K_p > \frac{0.68}{0.64} \rightarrow K_p < 1.076$$

Desse modo, a Figura 15 apresenta a simulação do sistema proporcional para vários valores de  $K_p$ , a saber:  $K_p=0,7$ ;  $K_p=1,076$ ;  $K_p = 20$ . Na Figura 16, vê-se como o sistema se comporta a partir do gráfico resultante obtido.

Figura 15 – Modelo do controlador proporcional com valores de  $K_p$  (0,7; 1,076; 20).

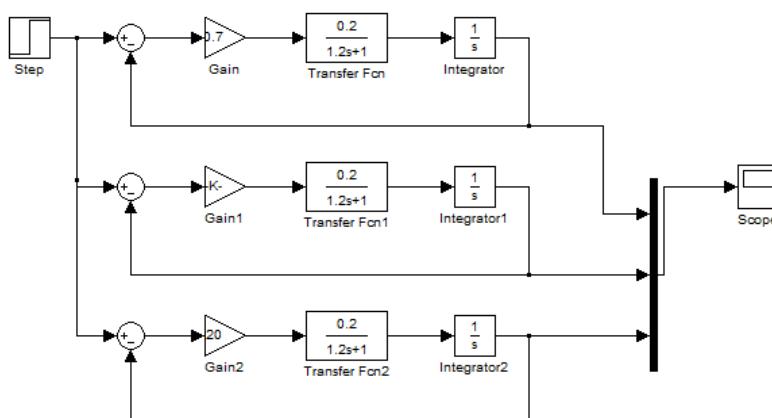
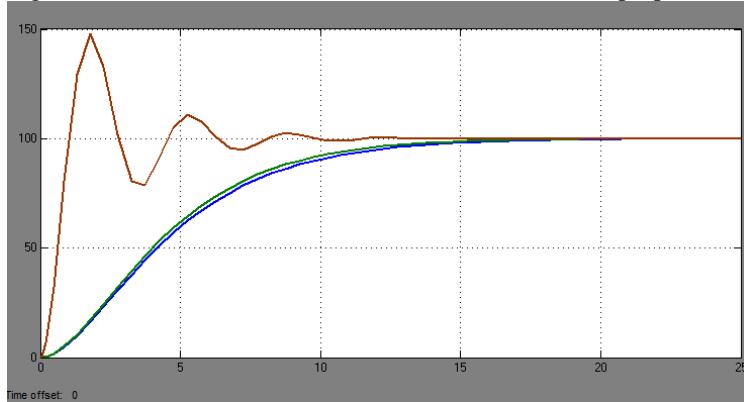


Figura 16 – Gráfico do resultante do modelo controlador proporcional.



Dessa forma, a curva de cor marrom representa um sistema subamortecido ( $0 < \zeta < 1$ ) com  $K_p = 20$ . Logo, sua função de transferência é:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{3,2}{s^2 + 0,83s + 3,2} \quad \text{Equação IX}$$

Os polos complexos conjugados são:

- $-0,4150 + 1,7401i$
- $-0,4150 - 1,7401i$

E sua resposta no domínio do tempo é:

$$c(t) = \frac{\omega_n}{\sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta\omega_n t} \sin \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t \quad \text{Equação X}$$

$$c(t) = \frac{\sqrt{3,2}}{\sqrt{1-0,23^2}} e^{-0,23\sqrt{3,2}t} \sin \sqrt{3,2}\sqrt{1-0,23^2}t$$

$$c(t) = 1,84 e^{-0,41t} \sin 1,74t$$

$$\zeta = 0,23; \omega_n = 1,79; \omega_d = 1,74; T_{MO} = 1,8; M_o = 29,51; S_s = 9,51; T_s = 12,14$$

A curva de cor verde representa um sistema criticamente amortecido ( $\zeta = 1$ ) com  $K_p = 1.076$ . Logo, sua função de transferência é:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{0,172}{s^2 + 0,83s + 0,172} \quad \text{Equação XI}$$

Os polos reais iguais são:  $-0,415$

E sua resposta no domínio do tempo é:

$$c(t) = te^{-at}$$

$$c(t) = 0,172te^{-0,415t}$$

$$\zeta = 1; \omega_n = 0,41; \omega_d = 0; T_{MO} = 0; M_o = 1,076; S_s = 0; T_s = 12,19$$

A curva de cor azul representa um sistema sobreamortecido ( $\zeta > 1$ ) com  $K_p = 0,7$ . Logo, sua função de transferência é:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{0,112}{s^2 + 0,83s + 0,112} \quad \text{Equação XII}$$

Os polos reais distintos são:  $-0,6604$  e  $-0,1696$ .

E sua resposta no domínio do tempo é:

$$c(t) = \frac{1}{b-a} (e^{-at} - e^{-bt})$$

$$c(t) = 0,23 (e^{-0,66t} - e^{-0,17t})$$

$$\zeta = 1,24; \omega_n = 0,335; \omega_d = 0,335; T_{MO} = 0; M_o = 1,7; S_s = 0,7; T_s = 12$$

A equação característica do sistema é:

$$\text{EC: } s^2 + 0,83s + 0,16Kp = 0$$

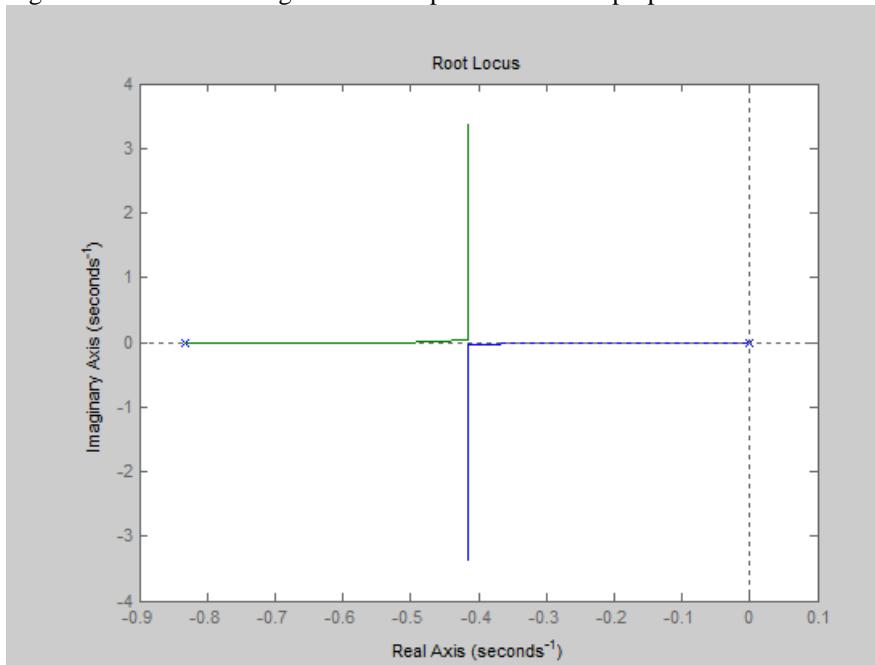
O Método do Lugar das Raízes (M.L.R.) é uma técnica gráfica que permite visualizar de que forma os polos de um sistema em malha fechada variam quando se altera o valor de um parâmetro específico, que geralmente corresponde ao ganho (OGATA, 2011).

A Figura 17 apresenta o código-fonte referente ao método do lugar das raízes executado no *software* MATLAB para o controlador proporcional desse sistema, e a Figura 18 mostra o gráfico respectivo resultante.

Figura 17 – Código-fonte do lugar das raízes para controlador proporcional.

```
>> Kp=0:0.01:10;
>> numec=1.166;
>> denec=[1 0.833 0];
>> rlocus(numec,denec,Kp)
>> |
```

Figura 18 – Gráfico do lugar das raízes para controlador proporcional.

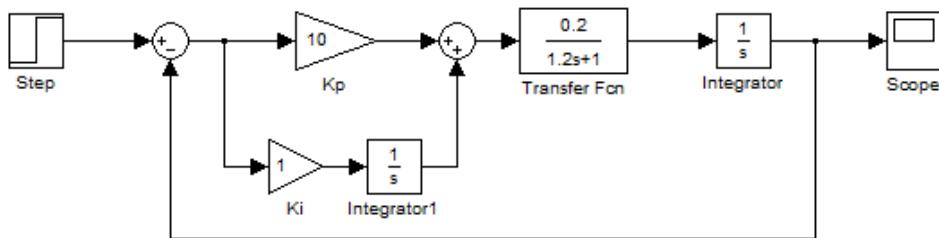


Ao trabalhar com o controle proporcional de posição, obtém-se algumas observações e conclusões sobre esse sistema. Quando se altera o ganho do sistema, ou seja, quando os valores de  $K_p$  são modificados, o sistema também sofre alterações em sua resposta. Essas variações são vistas nos seus tempos de subida, nas oscilações e nos tempos de acomodação, o que, em um projeto, pode ser ou não um problema para o seu sistema de controle.

Para o gráfico do lugar das raízes para o controle proporcional ( $K_p$ ), a análise mostra que o sistema apresenta dois polos, 0 e -0,83, e não apresenta zeros.

A Figura 19 exibe a função transferência da planta de controle em malha fechada com a presença do controlador proporcional-integral.

Figura 19 - Modelo de um controlador PI.



A função de transferência do sistema apresentado na Figura 19 é:

$$\frac{\theta_{out}}{\theta_{ref}} = \frac{0.2K_pS + 0.2K_i}{1.2S^3 + S^2 + 0.2K_pS + 0.2K_i} \text{ Equação XIII}$$

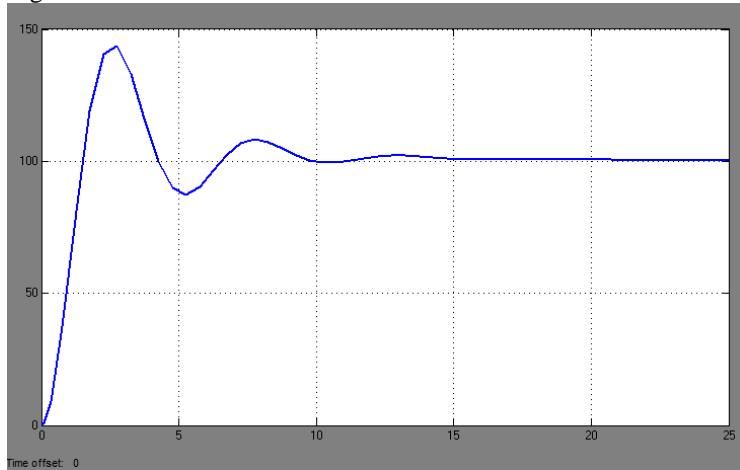
$$EC = 1.2S^3 + S^2 + 0.2K_pS + 0.2K_i = 0$$

$$EC = S^3 + 0,83S^2 + 0,17K_pS + 0,17K_i = 0$$

A função transferência mostra que, nesse caso, existem dois controladores no sistema: o proporcional e o integral. Com relação ao ganho do sistema, pode-se concluir que é unitário.

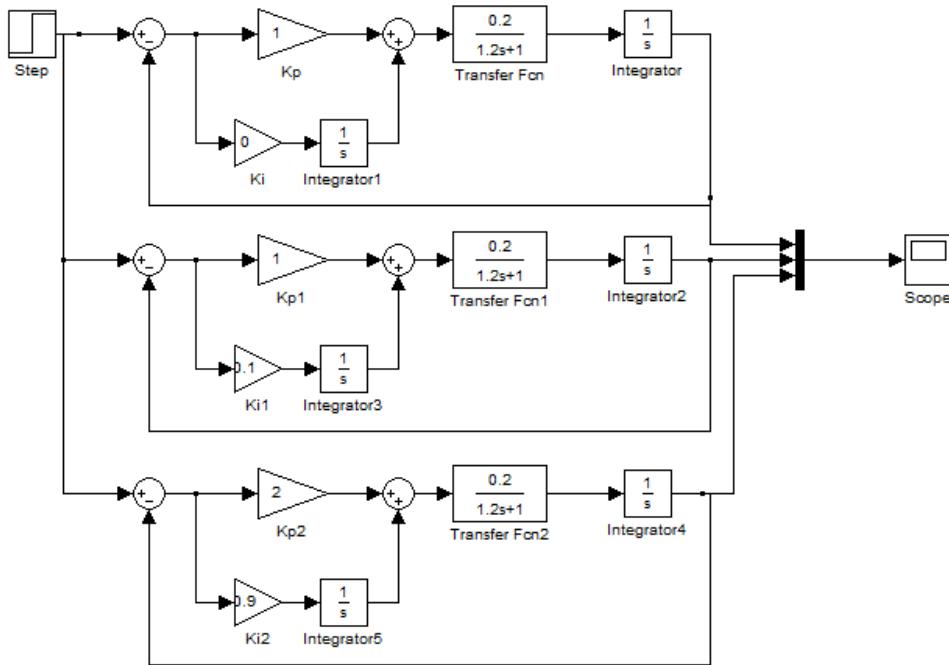
Ao adotar os valores de  $K_p = 1$  (controlador proporcional) e  $K_i = 0,2$  (controlador integral), o sistema apresenta polos conjugados, pois apresenta oscilações em torno do ganho. O gráfico da Figura 20 demonstra esse tipo de oscilação em torno do ganho, comprovando a existência de polos conjugados.

Figura 20 – Gráfico resultante controlador PI.



A Figura 21 mostra a simulação em diagrama de blocos do sistema de controle de malha fechada para três valores de  $K_p$  e de  $K_i$ , e na Figura 22 é apresentado o gráfico obtido a partir dessa simulação de resposta ao degrau.

Figura 21 – Simulação de resposta ao controlador PI.

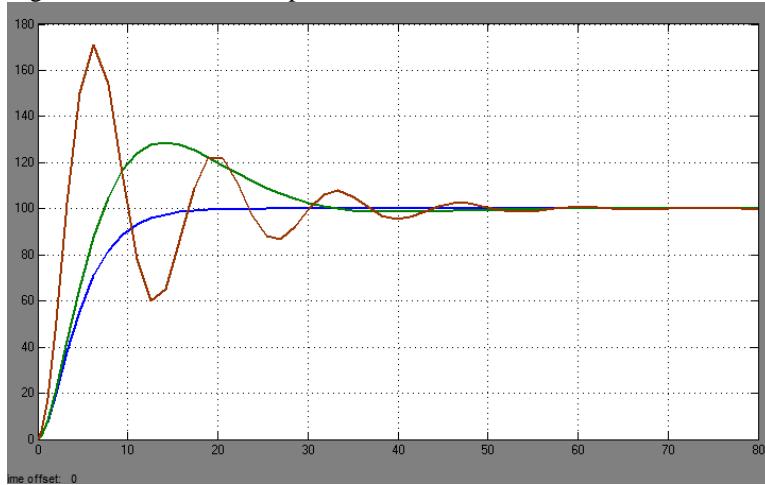


Dessa maneira, a curva azul do gráfico representa a resposta ao degrau para  $K_p = 1$  e  $K_i = 0$ . Substituindo-se esses valores na função de transferência acima, são encontradas três raízes reais: 0, -0,52 e -0,30.

A curva verde do gráfico representa a resposta ao degrau para  $K_p = 1$  e  $K_i = 0,1$ . Substituindo-se esses valores na função de transferência acima, obtém-se uma raiz real -0,611 e duas raízes como complexos conjugados:  $-0,109 + 0,119i$ ;  $-0,109 - 0,119i$ .

A curva marrom do gráfico representa a resposta ao degrau para  $K_p = 2$  e  $K_i = 0,9$ . Substituindo-se esses valores na função de transferência acima, são encontradas duas raízes como complexos conjugados:  $-0,09 + 0,47i$ ;  $-0,09 - 0,47i$ , e uma raiz real: -0,647.

Figura 22 – Gráfico de resposta ao controlador PI.

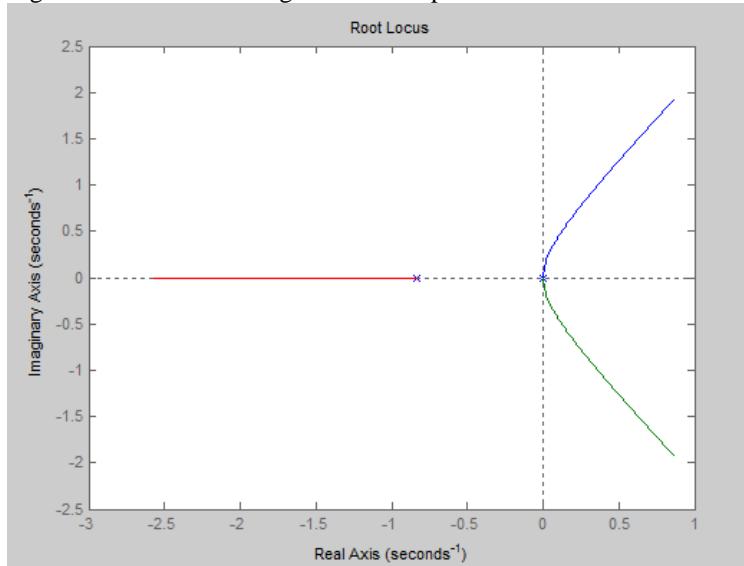


A Figura 23 apresenta o código-fonte referente ao método do lugar das raízes executado no software MATLAB para o controlador proporcional-integral desse sistema, e a Figura 24 mostra o gráfico respectivo resultante.

Figura 23 – Código-fonte do lugar das raízes para controlador PI.

```
>> Kp = 0:0.01:10;
>> numec = [1.166];
>> denec = [1 0.833 0 0];
>> rlocus(numec,denec,Kp)
>> |
```

Figura 24 – Gráfico do lugar das raízes para controlador PI.



Na teoria de controle, o *overshoot* refere-se a uma saída que excede seu valor final de estado estacionário. Para uma entrada por degrau, o percentual de *overshoot* (PO) é o valor máximo menos o valor do degrau dividido pelo valor do degrau (OGATA, 2011).

Ao se utilizar o controle proporcional-integral ( $K_p$  e  $K_i$ ), tem-se uma resposta com tempo de subida menor em relação a apenas o controlador proporcional, que é uma das características desse tipo de controle. O *overshoot* nesse sistema irá aumentar, tendo um sobre sinal maior, porém, o erro estacionário de resposta será eliminado. Outra desvantagem desse controle é que o tempo de acomodação irá aumentar, demorando mais para que o sistema fique com o valor estacionário do ganho  $K_p$ . À esquerda do semicírculo, o sistema é estável e monótono, já à direita, o sistema é considerado instável e oscilatório.

Logo, observa-se que esse controle utiliza um integrador como controlador. O integrador é um circuito que executa a operação matemática da integração, que pode ser descrita como o somatório dos produtos dos valores instantâneos da grandeza de entrada por pequenos intervalos de tempo, desde o instante inicial até o final (período de integração). Isso corresponde à área entre a curva da grandeza e o eixo do tempo, num gráfico.

O uso do integrador como controlador faz com que o sistema fique mais lento, pois a resposta dependerá da acumulação do sinal de erro na entrada; por outro lado, leva a um erro de regime nulo, pois não é necessário um sinal de entrada para haver saída do controlador e acionamento do atuador após o período transitório. Assim, o controle é muito preciso, embora mais lento.

A seguir, é mostrado um sistema controlado por um controlador proporcional-derivativo (PD). Esse controlador é utilizado para ajustar os valores de resposta do sistema.

A função de transferência do sistema com PD é:

$$\frac{\theta_{out}}{\theta_{ref}} = \frac{0.16K_dS + 0.16K_p}{S^2 + S(0.16K_d + 0.83) + 0.16K_p} \quad \text{Equação IV}$$

A função de transferência acima mostra como é o sistema em um único bloco. Assim, pode-se tirar o ganho do sistema e os valores de amortecimento e frequênciа. O ganho do sistema é igual a 1, conforme já mencionado anteriormente.

$$G = \frac{0.16K_p}{0.16K_p} \rightarrow G = 1$$

Frequênciа natural:

$$\omega_n^2 = 0.16K_p \rightarrow \omega_n = \sqrt{0.16K_p}$$

Amortecimento:

$$2\varepsilon\omega_n = 0.16K_p + 0.83 \rightarrow \varepsilon = \frac{0.16K_d + 0.83}{2\sqrt{0.16K_p}}$$

Em seguida, calcularam-se os valores de zeta para que o sistema tenha polos reais em função de Kd (coeficiente do controlador derivativo).

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 1 \\ 2\sqrt{0.16K_p} &= 0.16K_d + 0.83 \\ 2\sqrt{0.16K_p} &= 0.16K_d + 0.83 \\ K_d &= \frac{2\sqrt{0.16K_p} - 0.83}{0.16} \end{aligned}$$

Para que o sistema tenha polos complexos conjugados, admite-se que zeta seja igual a zero e menor do que um.

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 0 \\ 0 &= 0.16K_d + 0.83 \\ K_d &= \frac{0.83}{0.16} = 5.2 \\ \varepsilon &< 1 \\ 2\sqrt{0.16K_p} &< 0.16K_d + 0.83 \\ K_d &< \frac{2\sqrt{0.16K_p} - 0.83}{0.16} \end{aligned}$$

A equaçao característica do sistema é:

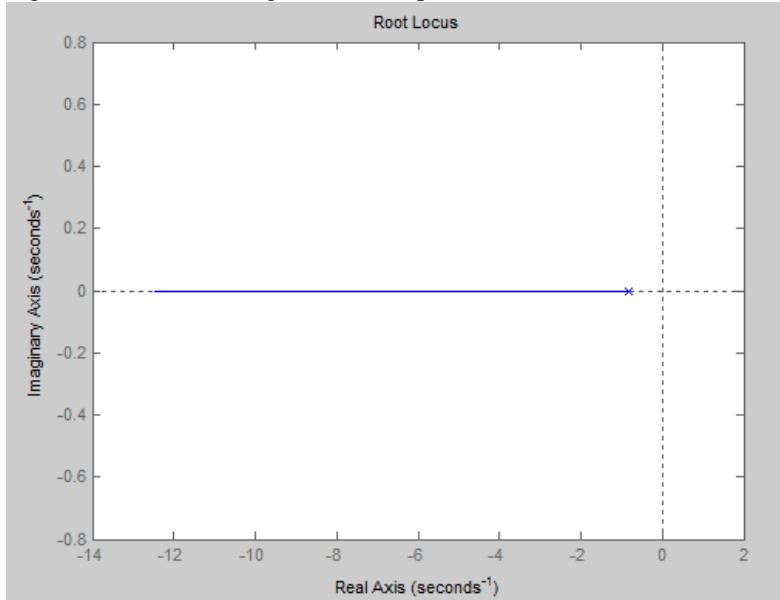
$$\text{EC: } s^2 + s + 0,83Kds + 0,16Kp = 0$$

A Figura 25 apresenta o código-fonte referente ao método do lugar das raízes executado no software MATLAB para o controlador proporcional-derivativo desse sistema, e a Figura 26 mostra o gráfico respectivo resultante.

Figura 25 – Código-fonte do lugar das raízes para controlador PD.

```
>> Kp = 0:0.01:10;
>> numec = [1.166 0];
>> denec = [1 0.833 0];
>> rlocus(numec,denec,Kp)
>>
```

Figura 26: Gráfico do lugar das raízes para controlador PD.



Chegamos à conclusão de que o controlador proporcional-derivativo tem uma melhor resposta para esse tipo de sistema, pois ele apresenta tempo de subida e tempo de acomodação bem mais eficientes do que os controladores proporcional e proporcional-integral. Para comprovar, colocamos os valores de  $K_p = 1$  e  $K_d = 1$ .

A Figura 27 mostra a simulação em diagrama de blocos do sistema de controle de malha fechada para três valores de  $K_p$  e de  $K_d$ , e na Figura 28 é apresentado o gráfico obtido a partir dessa simulação de resposta ao degrau.

Figura 27 – Simulação de resposta ao controlador PD.

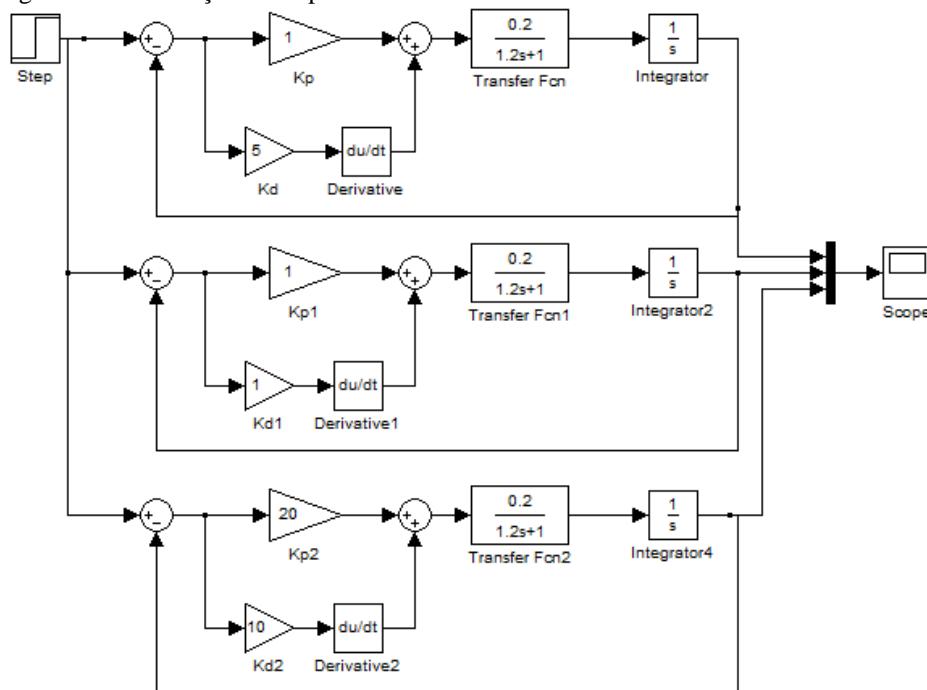
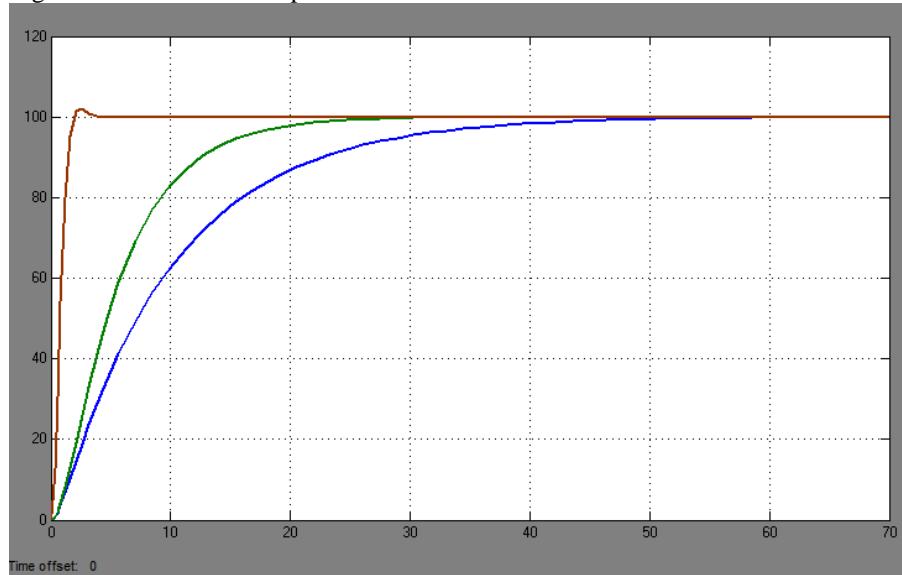


Figura 28 – Gráfico de resposta ao controlador PD.



Dessa maneira, a curva de cor rosa do gráfico representa a resposta ao degrau para  $K_p = 1$  e  $K_d = 5$ . Substituindo-se esses valores na função de transferência acima, são encontradas duas raízes reais: -5,65 e -0,35.

A curva de cor azul do gráfico representa a resposta ao degrau para  $K_p = 1$  e  $K_i = 1$ . Substituindo-se esses valores na função de transferência acima, são encontradas duas raízes reais: -23,92 e -0,08.

A curva de cor marrom do gráfico representa a resposta ao degrau para  $K_p = 10$  e  $K_i = 1$ . Substituindo-se esses valores na função de transferência acima, são encontradas duas raízes como complexos conjugados:  $-3 + 3,32i$  e  $-3 - 3,32i$ .

Portanto, pode-se concluir que, com o aumento do Kd para polos reais, o tempo de acomodação do sistema aumenta.

O controle derivativo, apesar de sensível a sinais de alta frequência, melhora a estabilidade do sistema, reduzindo *overshoots* e amortecendo oscilações, além de produzir efeitos de antecipação nas correções.

Para eliminar o problema do *overshoot*, é introduzido um termo derivativo correspondendo à taxa de mudança do erro. Esse fator faz com que o controlador tenha uma resposta inicial elevada e diretamente relacionada à taxa de mudança do erro. Quanto maior a taxa de mudança do erro, mais rápida é a resposta do controlador à mudança. O controle derivativo é insensível a erros constantes ou de variação lenta, e, consequentemente, não é usado sozinho, mas combinado com outras formas de controle. A ação derivativa, quando combinada com a ação proporcional, tem justamente a função de "anticipar" a ação de controle a fim de que o processo reaja mais rápido. A ação proporcional produz o efeito de reduzir o tempo de subida, e apenas reduz o erro de regime, sem eliminá-lo.

Para um controle mais completo e eficiente, podemos inserir no sistema o controlador proporcional-integral-derivativo (PID), que, na maioria dos casos, garante uma melhor resposta de saída com melhor tempo de subida, tempo de acomodação, sem *overshoot* e com erro estacionário igual a zero.

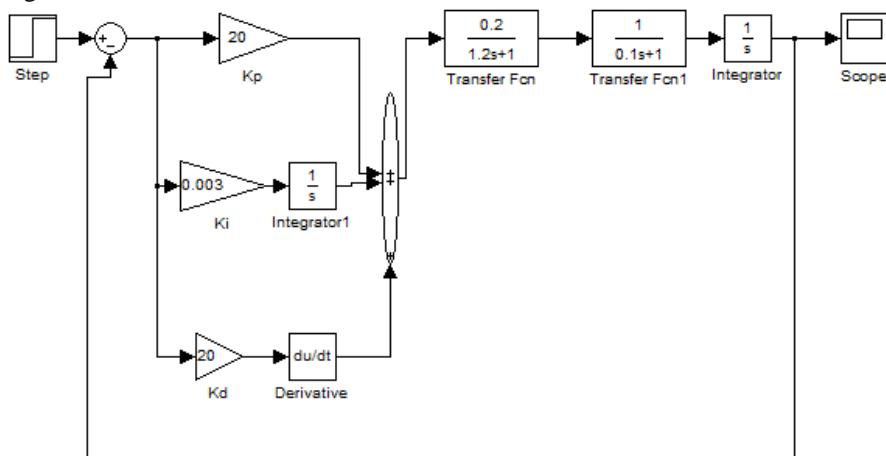
A função transferência é dada pela expressão:

$$\frac{\theta_{out}}{\theta_{ref}} = \frac{0.2K_dS^2 + 0.2K_pS + 0.2K_i}{S^3 + S^2(1+0.2K_d) + 0.2K_pS + 0.2K_i} \text{ Equação XV}$$

Portanto, esses valores de Kp, Ki e Kd são os melhores para o sistema de posição, pois não contêm *overshoot*, sem erro estacionário e com tempo de subida e acomodação em menor tempo.

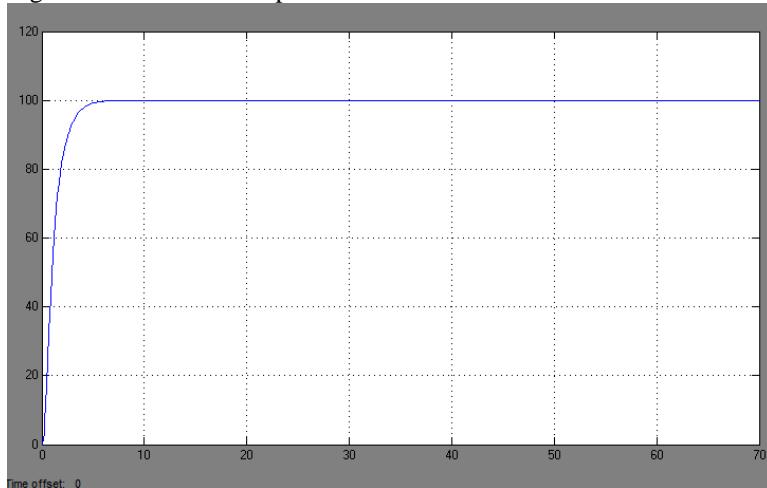
A Figura 29 mostra o diagrama de blocos em função de Kp, Ki e Kd, que corresponde ao controlador proporcional-integral-derivativo.

Figura 29 – Modelo com controlador PID.



Na Figura 30, o melhor ajuste possível para que o motor seja mantido em velocidade constante, sem oscilação, é o representado no gráfico da Figura 30, em que Kp = 20, Ki = 0,003 e Kd = 20.

Figura 30: Gráfico de resposta ao controlador PID.



Portanto, observa-se que em um sistema de controle de malha fechada com ações do tipo PID, a ação proporcional produz o efeito de reduzir o tempo de subida e apenas reduz o erro de regime, sem eliminá-lo. Já o controle integral elimina o erro de regime, porém piora a resposta transitória, tornando-a mais oscilatória. O controle derivativo, apesar de sensível a sinais de alta frequência, melhora a estabilidade do sistema, reduzindo *overshoots* e amortecendo oscilações, além de produzir efeitos de antecipação nas correções. Os efeitos de  $K_p$ ,  $K_i$ , e  $K_d$  são dependentes um do outro, isto é, a variação de um desses parâmetros de controle pode mudar o efeito dos outros dois sobre o sistema, conforme pode ser visto na Tabela 1, abaixo.

Tabela 1 – Efeitos dos parâmetros  $K_p$ ,  $K_i$  e  $K_d$  no sistema de controle.

	Tempo de subida	<i>Overshoot</i>	Tempo de acomodação	Erro estacionário
$K_p$	Diminui	Aumenta	Pouca influência	Diminui
$K_i$	Diminui	Aumenta	Aumenta	Elimina
$K_d$	Pouca influência	Diminui	Diminui	Pouca influência

A Figura 31 apresenta o modelo de segunda ordem com controlador proporcional-integral-derivativo (PID), e a Figura 32 mostra a resposta ao degrau desse sistema.

Figura 31 – Modelo de segunda ordem com controlador PID.

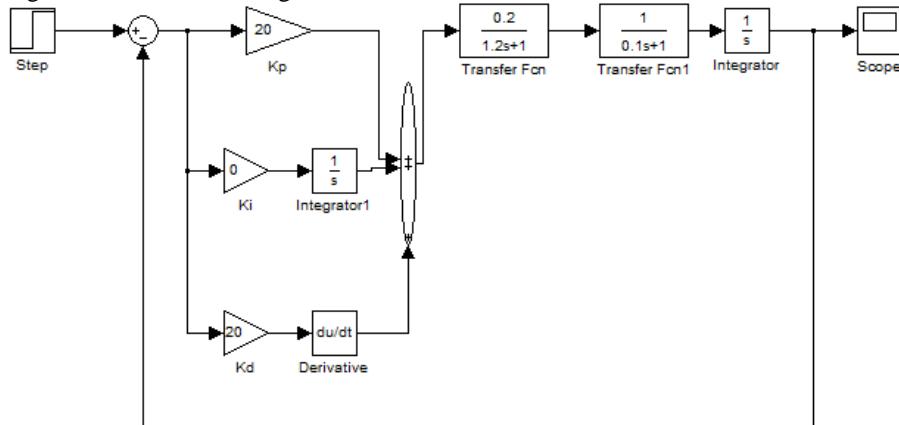
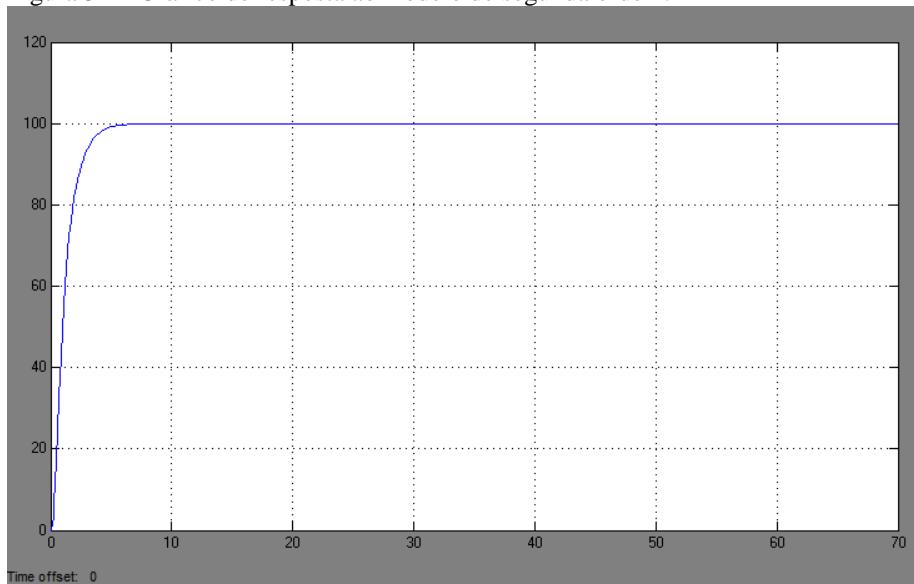


Figura 32 – Gráfico de resposta ao modelo de segunda ordem.



Pode-se concluir que, alterando-se o sistema PID para de terceira ordem, a resposta ao degrau do sistema é semelhante à resposta ao sistema de segunda ordem realizado anteriormente, para os valores adotados para K<sub>p</sub>, K<sub>i</sub> e K<sub>d</sub> anteriormente.

### Considerações finais

Ao longo deste trabalho, analisou-se cada uma das partes que compõem um sistema PID, e seus resultados foram apresentados ao decorrer de cada etapa. Percebe-se que, quando a planta é de primeira ordem, o sistema não altera o tempo de acomodação, contudo, para que haja esse controle, tem-se que fazer a realimentação do sistema.

Ao se aplicar um sinal degrau no sistema de controle de posição da antena, vê-se que não existe controle na saída, pois sua alimentação é constante e a engrenagem não consegue parar de girar e obter um ângulo definido. Para fazer esse reparo, é obrigatório colocar um ganho ou um controlador proporcional em série com a função transferência do sistema. Com isso, pode-se ajustar a posição desejada na entrada e obter na saída.

Ao colocar o controlador proporcional, o sistema responde bem à posição de referência, porém, com algumas adversidades, como, por exemplo, o aumento do tempo de acomodação e com grande oscilação (*overshoot*). Para o controlador proporcional-integral, verifica-se que o controle fica instável e inviável de ser feito. O controlador proporcional-derivativo mostrou um dos melhores resultados em relação ao tempo de acomodação, tempo de subida, sem *overshoot* e sem erro estacionário.

Já o controlador PID apresentou um efeito final melhor, ou seja, o sinal de erro foi minimizado pela ação proporcional, zerado pela ação integral e obtido com uma velocidade antecipativa pela ação derivativa, a fim de atender o melhor ajuste possível da posição da antena que neste trabalho foi encontrada. Portanto, o mais indicado para esse tipo de sistema é o controlador proporcional-integral-derivativo.

Como trabalhos futuros, pretende-se realizar o ensaio experimental para todos os testes realizados e apresentados, com a finalidade de comparar os resultados teóricos com os práticos, o que pode contribuir para a melhoria do sistema de controle em questão: ajustar a posição desejada de uma antena receptora de satélite a fim de almejar o bom funcionamento e otimização do serviço prestado.

### Referências

BEGA, E. A. **Instrumentação industrial**. 2 ed. Rio de Janeiro: Inter ciênciia, 2016.

BINGHAM, J.; DAVIES, G. W. P. E. **Manual de análise de sistemas.** Rio de Janeiro: Inter ciência, 2007.

CHAPMAN, S. J. **Programação em MATLAB para engenheiros.** São Paulo: Thomson, 2013.

FIALHO, A. B. **Instrumentação industrial: conceitos, aplicações e análises.** 6. ed. São Paulo: Érica, 2018.

LEONARDI, F. **Controle Essencial.** 1 ed. Pearson Editora, 2010.

MARMET, P. **Acta Scientiarum** 22. 2000. 1269 p.

**MATHWORKS. MATLAB.** Disponível em: <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>. Acesso em: 15 jul. 2019.

NISE, Norman S. **Engenharia de sistemas de controle.** 3 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno.** 4 ed. Pearson Editora, 2011.

TRIVELATO, G. C. **Comparação de Ambientes de Modelagem e Simulação.** São José dos Campos:INPE, 2013.